# Impact of the geometry on the improvement of the thermal transfer of the turbulent flows

# Ahmed Zineddine DELLIL<sup>1</sup>, Abbès AZZI<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Université d'Es-senia d'ORAN, Faculté des Sciences, Route d'Es-Sénia, Oran, ALGERIE <sup>2</sup>Université des Sciences et de la Technologie d'ORAN, Faculté de Génie-Mécanique, BP. 1505, El-Mnaouar, Oran, ALGERIE sdellil@yahoo.fr azzi@yahoo.fr

### **Abstract**

In this study we presents a modeling of the transfer of heat by convection forced along a corrugated wall. A model of turbulent viscosity to two equations (double-layered model) is used. It consists in combining the standard model of turbulence K  $\Box$  far from the wall and a model with an equation for the resolution of the equations in the area in the vicinity of the wall. The results obtained shows that the number of Nusselt increases until reaching a breaking value, with an increase in the fall of pressure

# Résumé

Dans cette étude on présente une modélisation du transfert de chaleur par convection forcée le long d'une paroi ondulée. Un modèle de viscosité turbulente à deux équations (modèle bicouche) est utilisé. Il consiste à combiner le modèle standard de turbulence k-ɛ loin de la paroi et un modèle à une équation pour la résolution des équations dans la région au voisinage de la paroi. Les résultats obtenus montre que le nombre de Nusselt augmente jusqu'à atteindre une valeur critique, avec un accroissement de la chute de pression.

Mots clefs: turbulence, modélisation, paroi ondulée

### 1. INTRODUCTION

Les écoulements sur des parois ondulées sont rencontrés dans de nombreuses applications d'ingénierie et ont, par conséquent, reçu une attention particulière dans certaines recherches

[1-2]. Le processus physique d'augmentation du transfert de chaleur est obtenu par l'introduction de quelques modifications géométriques sur la paroi en question, de telle manière à briser la couche limite se formant sur celle-ci et remplacer son fluide par un fluide plus frais provenant de l'écoulement libre [3]. Dans la réalité, en plus de l'augmentation du transfert de chaleur les ingénieurs sont aussi intéressés par la chute de la pression occasionnée par de telles techniques. Wang et Vanka [3] ont réalisé une étude numérique sur des parois ondulées, où ils ont obtenu un d'augmentation du transfert de chaleur d'environ 2,5 dans le cadre d'un écoulement instationnaire comparé avec celui d'un canal ayant des parois lisses. Ce même cas de figure a été étudié par Rodi et al. [5] puis testé dans les travaux de [6]. Notre choix s'est porté sur le travail mené par Mass et Shumann [4].

# 2. MODELISATION MATHEMATIQUE

Sur la figure (1) on présente le domaine d'analyse et la géométrie du modèle physique. La paroi ondulée et la paroi plane sont placées avec un espacement moyen (H=1). L'amplitude et la longueur d'onde de la paroi inférieure sont respectivement ( $a_m=0.05~H$ ) et ( $\lambda=H$ ). Le nombre de Reynolds Re=H.U/v=6760 étant pris égal à celui utilisé les calculs de DNS [5]. La dissipation de turbulence étant calculée en se basant sur une viscosité turbulente égale à 50 fois la viscosité laminaire.



Figure 1 : Schéma et géométrie du canal ondulé

Le modèle mathématique est composé des équations de RANS (The Reynolds-Averaged Navier-Stokes), du modèle k-ɛ à deux équations et de l'équation d'énergie. Les équations principales d'un écoulement turbulent, pour un fluide incompressible en écoulement stationnaire dans un repère non orthogonal ayant des composantes de

vitesse en coordonnées cartésiennes peuvent être écrites d'une manière généralisée par :

$$\frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial x_i} \left( C_i \phi + D_i^{\phi} \right) = S_{\phi} \tag{1}$$

L'approche bicouche représente une autre manière de modélisation, car située entre le modèle de la paroi et le modèle à bas nombre de Reynolds. Dans l'écoulement de la masse extérieure, l'hypothèse de la viscosité turbulente est utilisée par application d'une relation linéaire entre le tenseur des contraintes de Reynolds et le tenseur des taux de déformation :

$$\overline{u_i'u_j'} = \frac{2}{3}\delta_{ij}k - 2\Gamma_{ij}S_{ij} \tag{2}$$

$$\overline{u_{j}'\theta} = -\frac{\Gamma_{ij}\partial \overline{T}}{\operatorname{Pr}_{i}\partial x_{i}}$$
(3)

avec 
$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_j}$$
 :énergie cinétique de turbulence

Dans le cas des écoulements à grands nombres de Reynolds, le coefficient de transport turbulent  $\Gamma_{ij}$  est conventionnellement considéré isotrope et proportionnel à l'échelle de vitesse (-k) et l'échelle de temps (k/ $\epsilon$ ), permettant ainsi la caractérisation du taux de la turbulence locale. Ce dernier est donné par la relation :

$$\Gamma_{ii} \equiv V_t \equiv C_u k^2 / \varepsilon \tag{4}$$

Les distributions de k,  $\varepsilon$  sont déterminées à partir des équations de transport du modèle conventionnel de Jones et Launder [7] et des valeurs standard peuvent être appliquées aux constantes du modèle. Dans le modèle à une équation, la viscosité turbulente est considérée comme proportionnelle à l'échelle de vitesse déterminée par la résolution de l'équation de l'énergie cinétique k et une échelle de longueur l<sub>u</sub> prescrite algébriquement. Le taux de dissipation ε, lié à la même échelle de vitesse ainsi qu'à l'échelle de dissipation de longueur le correspondante, est aussi calculé algébriquement [5]. Afin d'alléger les insuffisances de ces modèles à une équation dans la région proche de la paroi, le concept du modèle à deux couches est fréquemment employé dans des simulations industrielles de CFD. Dans cette formulation, le modèle  $k - \varepsilon$  est seulement résolu dans la partie externe de la couche de frontière, tandis que la partie intérieure de la couche logarithmique et de la sous-couche visqueuse est traitée par un modèle à une équation de longueur de mélange. Cette méthode est disponible dans de nombreuses méthodes de CFD (Bredberg et autres, [10]) pour les géométries simples.

Un tel modèle possède l'avantage d'avoir besoin que d'un faible nombre de points dans la sous-couche visqueuse que n'importe quel arrangement ayant un faible nombre de Reynolds. Le modèle bicouche considéré dans cette étude est une version reformulée de ce qui est appelé le modèle (TLV: bicouche basé sur l'échelle de vitesse ( $v^2$ )) proposé par Rodi et al. [5]. Dans une étude récente Azzi et Lakehal [6] ont proposé  $k^{1/2}$  comme une échelle de vitesse au lieu de ( $v^2$ ) $^{1/2}$ ,  $l_\mu$ , et  $l_\varepsilon$  prises par Kim [8]. Dans la suite de cet article, ce modèle sera appelé le modèle TLK et qui est défini de la manière suivante:

$$\Gamma_{ij} \equiv V_t \equiv C_\mu \sqrt{kl_\mu} \; ; \; \varepsilon = k^{3/2} / \varepsilon$$
 (5 ;6)

$$l_{\mu} = k \ y \ C_{\mu}^{-3/4} f_{\mu} \tag{7}$$

$$f_{\mu} = \frac{1}{32} \sqrt{0.116 \cdot R_{y}^{2} + R_{y}} \tag{8}$$

$$l_{\varepsilon} = \frac{k C_{\mu}^{-3/4} y}{2 + 17.29 / (f_{\mu} R_{y} k C_{\mu}^{-3/4})}$$
(9)

$$R_{y} = \rho \sqrt{k} y / \mu \tag{10}$$

Avec k=0.4 et  $C_{\mu}=0.082$  ,  $\Gamma_{ij}$  : coefficient de transport de turbulence,

k :énergie cinétique de turbulence.

Le modèle du noyau externe et de celui du voisinage de la paroi ont été pris égaux à la position où  $f_{\mu} = 0.95$ , tout en indiquant que les effets de la viscosité deviennent négligeables. Plus de détails peuvent être trouvés dans la référence [8].

# 2.1. Résolution Numérique

Pour résoudre ces équations de Navier stokes, on utilise la méthode des volumes finis avec un maillage à nœuds centrés. Afin d'éviter les oscillations du champ de pression dans l'équation de quantité de mouvement, on a utilisé la technique d'interpolation de Rhie et Chow [9]. Le couplage de la vitesse et de la pression est traité avec l'algorithme SIMPLEC.

# 2.1.1 Maillage:

Sur la figure 2 on présente un agrandissement du maillage utilisé dans le cas de  $a_m = 0,10$  H. Pour l'étude paramétrique, plusieurs maillages ont été générés avec une amplitude des ondulations variant de 0 à 0,10 avec un pas de 0,02. Parmi les grilles suivantes (840x120x3, 201x60x2 et 420x100x2) le maillage retenu dans les calculs est constitué de 42100 nœuds disposés sur un maillage global de 421 x 100 nœuds dans les directions x et y, car il

présente un taux de précision par rapport à la grille de [6] de 1,5%.

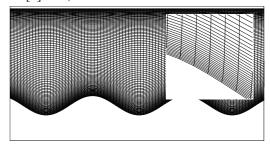


Figure 2: Schéma d'une grille d'amplitude (a<sub>m</sub>=0,1 H)

# 3. RESULTATS ET DISCUSSION

Pour valider le code de calcul, les premiers calculs sont réalisés avec les mêmes caractéristiques d'écoulement que celles utilisées par Rodi [5].

# 3.1 Champ du profil de vitesse obtenu:

Sur la figure 3, nous remarquons l'apparition des valeurs de vitesses négatives au voisinage de la paroi (concavité qui change d'orientation), ceci correspond à l'existence de zones de re-circulations tourbillonnaire du fluide dans la région de forte courbure.

Dans les zones tourbillonnaires, le signe de la vitesse montre que tout prés de la paroi, la particule fluide va dans le sens inverse de l'écoulement.

Sur cette même figure, nous avons représenté le profil du champ de vitesse pour les quatre positions (sommet, creux, divergent et convergent de l'ondulation). On remarque aussi que ce profil est légèrement éloigné du profil parabolique connu de Poiseuille.

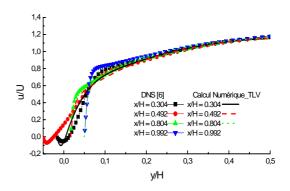


Figure 3: Comparaison de vitesse moyenne normale avec les données de DNS x/H=0.304:divergent; x/H=0.492: creux; x/H=0804: convergent; x/H=0.992:sommet.

### 3.2 Profils d'énergie cinétique turbulente :

On observe sur cette figure 4 que l'énergie cinétique turbulente, pour les deux codes, présente d'une part des pics tous prés de la paroi et d'autre part des tracés très différents le long de l'ondulation et jusqu'à approximativement 0.25H perpendiculairement à la paroi.

La description du champ turbulent est limitée au calcul des grandeurs  $k-\varepsilon$ . Ainsi, l'énergie cinétique fournie par calcul est en bon accord avec celle donnée par l'expérience. On note un pic énergétique au voisinage de la paroi (tensions de Reynolds  $\overline{u_i'u_j'}$ ) où existent les courants de retour instationnaires. Ce pic augmente et diffuse dans le noyau turbulent. En plus la région située après le point d'inflexion est le siège d'une agitation turbulente intense créée par les courants de retour instationnaires. Ces agitations sont entraînées vers l'aval de l'ondulation, favorisent les transferts thermiques.

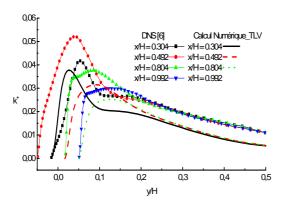


Figure 4: Comparaison d'énergie cinétique turbulente avec des données de DNS : x/H=0.304:divergent; x/H=0.492: creux; x/H=0804: convergent; x/H=0.992: sommet

# 3.3 Influence de l'amplitude sur les profils du coefficient de Frottement et de pression :

Les répartitions des coefficients de frottement et de pression sont représentées sur les figures 6 et 7. On note qu'à partir de la 7<sup>ième</sup> ondulation, le profil du coefficient de frottement devient périodique. On observe que pour une seule ondulation le coefficient de frottement augmente au sommet et décroît au creux de cette dernière. Quant au coefficient de pression, On note que la périodicité est présente pour l'ensemble des ondulations. Au creux de l'ondulation, le coefficient de pression croit (figure 7).

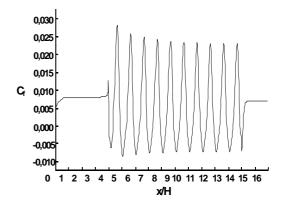


Figure 6: coefficient de frottement

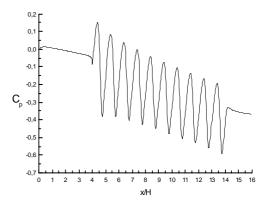


Figure 7: coefficient de Pression

Quant au coefficient de pression (figure 7-a), C'est l'effet inverse que l'on observe en effet, on assiste à une chute de ce coefficient au sommet et à une légère augmentation au creux de l'ondulation pour les différentes valeurs d'amplitudes étudiées. Pour les faibles amplitudes, on la dépression est faible (faible re-circulation). Au fur à mesure que l'amplitude, la turbulence au creux augmente favorisant ainsi la présence d'une forte dépression.

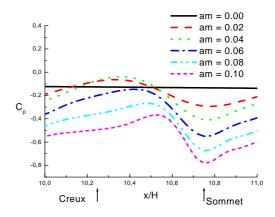


Figure 7-a: Coefficient de pression pour les différentes amplitudes

# 3.4 Influence de l'amplitude sur le profil des lignes de courant :

Sur la figure 8, on représente les points de séparation et de rattachement des lignes de courant pour différentes amplitudes de la valeur de 0.04H jusqu'à 0.1H.Ces points ne font leur apparition qu'à partir de 0.04H. Par comparaison à la DNS, on retrouve les mêmes points pour une amplitude de 0.05H.

Seul les deux points (un point de séparation et un point de ré-attachement) donnés par Mass et Schumann [4] pour une amplitude de 0.05H sont disponibles et sont presque confondus avec ceux obtenus par le calcul. L'écart entre les points s'allonge quand l'amplitude augmente de valeur.

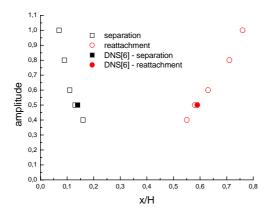


Figure 8: Points de séparation et de rattachement

Nous pouvons également noter que la zone de recirculation augmente de taille et se déplace la direction avale quand l'amplitude augmente de valeur (Figure 9 et 10).

Ces dernières montrent, respectivement les tracés des vecteurs de vitesse et des lignes de courants calculées pour des amplitudes d'ondulations égales à 0.05H et 0.10H. La séparation est observée pour les deux cas de figure à l'endroit de l'apparition des vitesses négatives. Quand l'amplitude augmente, on remarque que la taille du tourbillon s'amplifie au creux de l'ondulation et se déplace vers l'aval dans le sens de l'écoulement

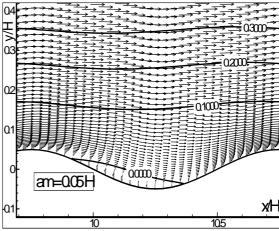


Figure 9: Lignes de courant et profil de vitesse pour une amplitude de 0.05 H.

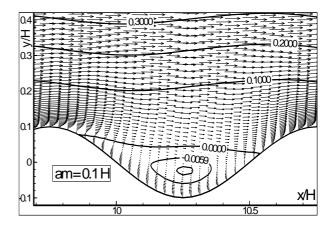


Figure 10: Lignes de courant et profil de vitesse pour une amplitude de  $0.1\ H_\odot$ 

# 3.5 Influence de l'amplitude sur les profils de température et de Nusselt :

Les contours de température sont représentés pour les mêmes amplitudes (0.05H et 0.1H) de la paroi ondulée sur les figures 11 et 12. Les profils de température au col et au creux suivent parfaitement la géométrie de l'écoulement.

On observe sur la figure 11, un aplatissement et un tassement de la couche limite thermique pour l'amplitude de 0.05H. Il résulte un contact serré entre la paroi et le fluide, d'où un bon niveau de transfert thermique.

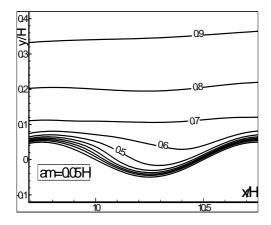


Figure 11: Contour du profil de la température pour une amplitude 0.05 H

Sur la figure 12, l'amplitude a doublé de valeur, par conséquent, on remarque une augmentation de l'épaisseur de cette dernière, donc un léger aplatissement (moindre que celui de la figure 11) du profil de température au contact de la paroi. Ceci dénote la diminution du transfert thermique pour une telle amplitude (0.1 H).

Nous pouvons également noter que les contours de la température, qui sont représentés par des droites pour une paroi plane, sont complètement déformés dans la zone de re-circulation.

Car avec l'augmentation de l'amplitude, la couche limite est brisée favorisant ainsi la création de tourbillons. La valeur zéro est attribuée à la paroi et la valeur unité loin de la paroi.

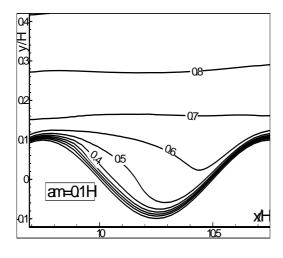


Figure 12: Contour du profil de la température pour une amplitude 0.1 H.

La variation du nombre de Nusselt local le long d'une ondulation dans la région la plus développée par rapport à l'amplitude de l'ondulation est notée sur la figure 13.

Cette dernière montre bien que le nombre de Nusselt est constant et indépendant du régime d'écoulement pour une amplitude nulle (cas de la paroi plane). Localement le Nusselt diminue de valeur au convergent de l'ondulation et augmente au sommet de celle-ci.

On observe un léger décalage du nombre de Nusselt vers l'aval quand la valeur de l'amplitude passe de 0.02H à 0.1H. On remarque surtout que le nombre de Nusselt pour l'amplitude maximale (0.1H) double et passe de la valeur 20 pour une amplitude de 0.02 à 40 pour une amplitude de 0.1H. Donc le Nusselt moyen marque un maximum pour la paroi ondulée par rapport à la paroi plane en subissant un léger décalage vers l'aval de l'ondulation.

Globalement, une augmentation de la valeur de l'amplitude s'accompagne d'une augmentation du nombre de Nusselt et des pertes de charge.

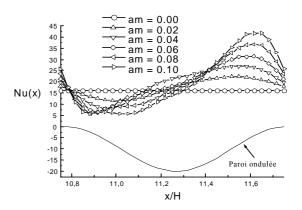


Figure 13: Variation de Nusselt en fonction de la variation d'amplitude

Sur la figure 14, on note que ce nombre de Nusselt moyen augmente avec l'amplitude de l'ondulation jusqu'à la valeur de 0.05H,. Au-delà de la valeur de l'amplitude de 0.05H, le nombre de Nusselt tend vers la valeur constante. Pour recréer des effets pouvant améliorer le transfert de chaleur dans une telle configuration géométrique, il faut limiter l'évolution de la valeur de l'amplitude pour prendre en compte l'effet perte de charge occasionnée. L'ondulation de la paroi favorise la diffusion, donc le mélange turbulent.

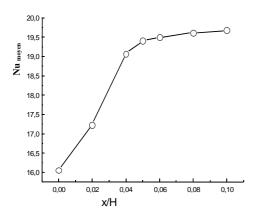


Figure 14: Variation du nombre de Nusselt moyen pour différentes amplitudes

### 4. CONCLUSION

Les résultats sont identiques à ceux obtenus par [5]. Le modèle bicouche utilisé s'avère intéressant, car il permet d'obtenir des informations importantes sur la plupart des propriétés physiques d'un tel écoulement. On remarque surtout que le nombre de Nusselt est fonction de l'augmentation de l'amplitude car pour une valeur de 0.1H, le Nusselt atteint la valeur d'environ 22. La comparaison des résultats d'une paroi ondulée avec ceux d'un canal sans ondulations indique que le nombre de Nusselt augmente avec l'amplitude de l'ondulation. Cependant, cette intensification du transfert thermique est accompagnée d'une diminution importante du coefficient de frottement.

Les résultats numériques présentés dans cette étude prouvent que l'alternance de l'ondulation contribue à un échange thermique conséquent, malgré la perte de charge qui en résulte. Les effets de cette amélioration sont observés à travers le nombre de Nusselt qui augmente de valeur par rapport à celui d'une paroi plane.

Ces résultats montrent donc une augmentation de perte de charges engendrée par l'amplification de la hauteur de l'amplitude. Celle-ci n'est toutefois pas un handicap car il a été constaté que le gain en chaleur est réalisé même dans le cas d'une perte de charge légèrement supérieure par rapport à celle de la paroi plane.

Pour recréer des effets pouvant améliorer le transfert de chaleur dans une telle configuration géométrique, il faut limiter l'évolution de la valeur de l'amplitude pour prendre en compte l'effet perte de charge occasionnée. Les résultats obtenus dans cette étude montre que l'amplitude 0.05H réalise un bon compromis entre le gain en température et la perte de charge pour l'ensemble des utilisateurs (chercheurs et industriels).

#### References

- [1] Vijay K. G. and Maji P. K., Laminar flow and heat transfer in a periodically converging diverging channel. Int. J. for Num. Method in Fluids, Vol. 8, pp. 579-597, 1988.
- [2] Patel V. C., Tyndall Chon J. and Yoon J. Y., Turbulent flow in a channel with a wavy wall. J. of Fluids Engineering, Vol. 113, pp. 579-586, 1991.
- [3] Wang G. and Vanka S. P., Convective heat transfer in periodic wavy passages. Int. J. H. M. T., Vol. 38, N°.17, pp. 3219-3230, 1995.
- [4] Mass C. and Schumann U., Direct numerical simulation of separated turbulent flow over a wavy boundary, in 'flow simulation with high performance computers'. ed. Hirschel, E. H., Notes on Numerical Fluid Mechanics, 52, pp. 227-241, 1996.
- [5] Rodi W., Mansour N. N. and Michelassi V., One equation near-wall turbulence modelling with the aide of direct simulation data. J. Fl. Engineering, 115, pp. 196-205, 1993.
- [6] Azzi A., and Lakehal D., Perspectives in modelling film-cooling of turbine blades by transcending Conventional two-equation turbulence models. ASME, J. of Turbomachinery, Vol. 124, pp. 472-484, 2002.
- [7] Jones W. P. & Launder B. E., Prediction of relaminarisation with a two-equation turbulence model. Int. J. H. M. T., 15, pp. 310-314, 1972.
- [8] Moin, P., Kim, J., 'Numerical investigation of turbulent channel flow. J. Fluid. Mech. 118, 341-377, 1982.
- [9] Rhie C. M. and Chow W. L., 'A Numerical Study of the Turbulent FlowPast an Isolated Airfoil with Trailing Edge Separation', AIAA-J., 21, pp.1225-1532, 1983.
- [10] Bredberg, J. Peng., S-H and Davidson, L., 'On the wall boundary condition for computing turbulent heat transfer with k-w models', Proc. ASME Heat Transfer division, pp. 243-250, Orlando, 2000